

106 年學科能力測驗數學詳解

卓永鴻 提供

第壹部分：選擇題

一、單選題

1. 已知某校老師玩過「寶可夢」的比率為 r_1 ，而學生玩過的比率為 r_2 ，其中 $r_1 \neq r_2$ 。由下列選項中的資訊，請選出可以判定全校師生玩過「寶可夢」的比率選項。
- (1) 全校老師與學生比率 (2) 全校老師人數 (3) 全校學生人數
(4) 全校師生人數 (5) 全校師生玩過「寶可夢」人數

答：(1)

解

為簡便可設具體數字 $r_1 = 0.7$, $r_2 = 0.5$ (是的，老師比學生還瘋)

- (1) ○ 若老師與學生為 2:7 (數字都是亂設的)，則全校玩過比率為 $\frac{2 \times 0.7 + 7 \times 0.5}{2+7}$
- (2) × 若知老師人數 20 但不知學生人數 n ，則全校玩過比率為 $\frac{20 \times 0.7 + n \times 0.5}{20+n}$ 無法判定
- (3) × 與 (2) 同理
- (4) × 若知道全校老師人數 m 與學生人數 n 之總和 $m+n=100$ ，但不知 m, n 分別是多少，則全校玩過比率為 $\frac{m \times 0.7 + n \times 0.5}{100}$ 無法判定
- (5) × 若知道老師玩過人數 N 與學生玩過人數 M 之總和 $N+M=60$ ，但不知 N, M 分別是多少，則全校玩過比率為 $\frac{60}{\frac{N}{0.7} + \frac{M}{0.5}}$ 無法判定。
2. 某個手機程式，每次點擊螢幕上的數 a 後，螢幕上的數會變成 a^2 。當一開始時螢幕上的數 b 為正且連續點擊螢幕三次後，螢幕上的數接近 81^3 。試問實數 b 最接近下列哪一個選項？

- (1) 1.7 (2) 3 (3) 5.2 (4) 9 (5) 81

答：(3)

解

$$b \rightarrow b^2 \rightarrow (b^2)^2 = b^4 \rightarrow (b^4)^2 = b^8$$
$$\Rightarrow b^8 = 81^3 = (3^4)^3 = 3^{12} \Rightarrow b = 3^{\frac{12}{8}} = 3^{\frac{3}{2}} = 3\sqrt{3} \doteq 5.2$$

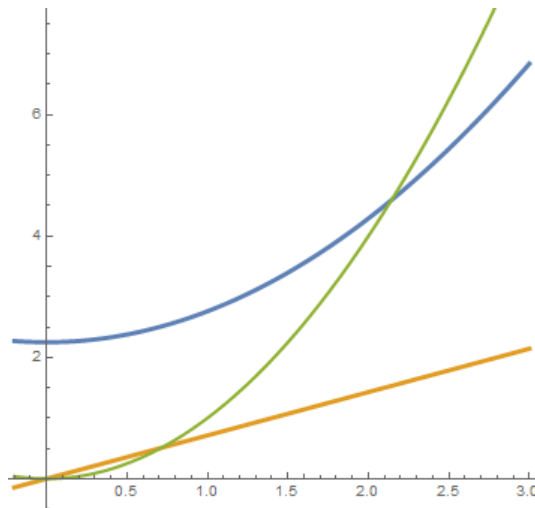
3. 設 $\Gamma: \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ 為坐標平面上的一雙曲線，且其通過第一象限的漸近線為 ℓ 。考慮動點 (t, t^2) ，從時間 $t = 0$ 出發。當 $t > 0$ 時，請選出正確的選項。

- (1) 此動點不會碰到 Γ ，也不會碰到 ℓ
- (2) 此動點會碰到 Γ ，但不会碰到 ℓ
- (3) 此動點會碰到 ℓ ，但不会碰到 Γ
- (4) 此動點會先碰到 Γ ，再碰到 ℓ
- (5) 此動點會先碰到 ℓ ，再碰到 Γ

答：(5)

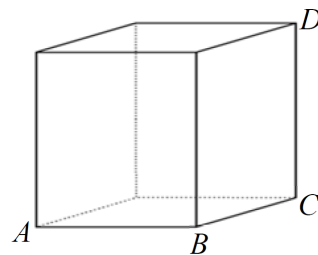
解

此動點軌跡即 $y = x^2$ 在 $x > 0$ 的部分，在原點其切線斜率為 0，故一開始 (t 略大於 0) 會在 ℓ 下方。因 $y = x^2$ 為二次式，故必能超過 ℓ ；而 Γ 以 ℓ 為漸近線，當 x 足夠大時與 ℓ 差不多，故也終究會被動點超過。



4. 在右下圖的正立方體上有兩質點分別自頂點 A, C 同時出發，各自以等速直線運動分別向頂點 B, D 前進，且在 1 秒後分別同時到達 B, D 。請選出這段時間兩質點距離關係的正確選項。

- (1) 兩質點的距離固定不變
- (2) 兩質點的距離越來越小
- (3) 兩質點的距離越來越大
- (4) 在 $\frac{1}{2}$ 秒時兩質點的距離最小
- (5) 在 $\frac{1}{2}$ 秒時兩質點的距離最大



答：(4)

解 1

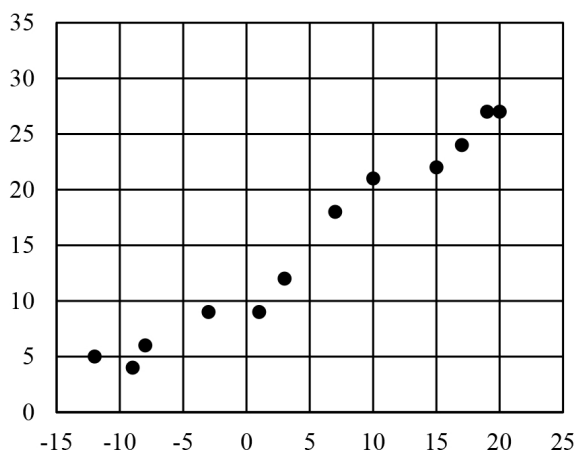
設 $A(0,0,0)$, $B(1,0,0)$, $C(1,1,0)$, $D(1,1,1)$,
 則質點 $P(t,0,0)$, $Q(1,1,t) \Rightarrow \overrightarrow{PQ} = (1-t, 1, t)$
 $\Rightarrow \overline{PQ}^2 = |\overrightarrow{PQ}|^2 = (1-t)^2 + 1^2 + t^2$
 $= 2t^2 - 2t + 2 = 2\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + C$

當 $x = \frac{1}{2}$ 時有最小值。

解 2

設正立方體邊長為 2， M, N 分別為 \overline{AB} , \overline{CD} 之中點，
 則 $\overline{AC} = 2\sqrt{2}$, $\overline{MN} = \sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{6}$, $\overline{BD} = 2\sqrt{2}$,
 $\overline{AC} = \overline{BD} > \overline{MN}$ ，可知只有 (4) 為可能的答案。

5. 下圖是某城市在 2016 年的各月最低溫（橫軸 x ）與最高溫（縱軸 y ）的散佈圖。



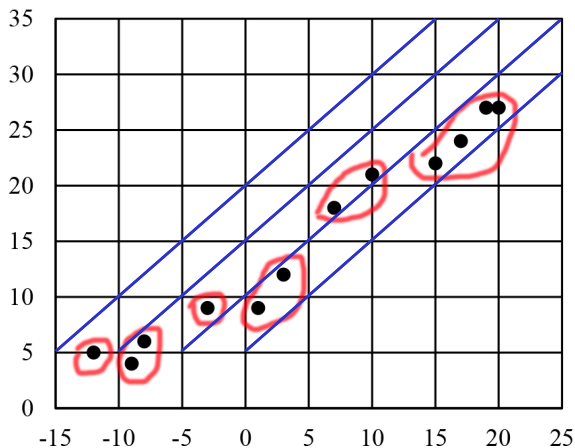
今以溫差（最高溫減最低溫）為橫軸且最高溫為縱軸重新繪製一散佈圖。試依此選出正確的選項。

- (1) 最高溫與溫差為正相關，且它們的相關性比最高溫與最低溫的相關性強
- (2) 最高溫與溫差為正相關，且它們的相關性比最高溫與最低溫的相關性弱
- (3) 最高溫與溫差為負相關，且它們的相關性比最高溫與最低溫的相關性強
- (4) 最高溫與溫差為負相關，且它們的相關性比最高溫與最低溫的相關性弱
- (5) 最高溫與溫差為零相關

答：(4)

解 1

在散佈圖上畫幾條 $y - x = k$ (k 即為溫差) 的直線，越往右則 k 之值越小。



最高溫越大，越往右邊的線跑，可見最高溫與溫差為負相關。圈起來的是幾個 k 值相近的集團，可見最高溫增加時 k 值經常不變，相關性稍弱（至少明顯比原資料相關性弱）。

解 2

這題明顯不能用公式計算，那就用猜的。原資料相關係數看起來很接近 1，所以新資料相關性應該會減低（否則這題也太坑人了，居然用給圖表的方式來讓你判斷新資料比原本就高度相關的資料具有更高的相關性！）。稍微在左中右各抓一點來看最高溫與溫差，可以發現最高溫越高，溫差就越小，那一定就是負相關（同樣道理，如果這些數據事實上是正相關或零相關，那也太坑人了！做題目時要想：出題者想考我什麼？）。

6. 試問有多少個實數 x 滿足 $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ 且 $\cos x^\circ \leq \cos x$?
- (1) 0 個 (2) 1 個 (3) 2 個
 (4) 4 個 (5) 無窮多個

答：(1)

解

$$\frac{3\pi}{2} < \frac{3 \times 4}{2} = 6 \Rightarrow x^\circ \leq \left(\frac{3\pi}{2}\right)^\circ < 90^\circ \Rightarrow \cos x^\circ > 0$$

$$\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos x \leq 0 \Rightarrow \cos x \leq 0 < \cos x^\circ$$

故 $\cos x^\circ \leq \cos x$ 無實數解。

7. 小明想要安排從星期一到星期五共五天的午餐計劃。他的餐點共有四種選擇：牛肉麵、大滷麵、咖哩飯及排骨飯。小明想要依據下列兩原則來安排他的午餐：
- (甲) 每天只選一種餐點但這五天中每一種餐點至少各點一次
 (乙) 連續兩天的餐點不能重複且不連續兩天吃麵食
- 根據上述原則，小明這五天共有幾種不同的午餐計劃？
- (1) 52 (2) 60 (3) 68 (4) 76 (5) 84

答：(2)

解

若點兩次的餐點是麵，則五天的安排必為：麵飯麵飯麵

$$\Rightarrow \underbrace{C_1^2}_{\text{選一種麵點兩次}} \times \underbrace{\frac{3!}{2!}}_{\text{麵二同一異作排列}} \times \underbrace{2!}_{\text{飯作排列}} = 12$$

若點兩次的餐點是飯，利用排容原理：

$$C_1^2 \times \left(n(\text{三飯二麵排列}) - n(\text{點兩次餐點相鄰}) - n(\text{二麵相鄰}) + n(\text{點兩次餐點相鄰且二麵相鄰}) \right) \\ = 2 \cdot \left(\frac{5!}{2!} - 4! - \frac{4!}{2!} \cdot 2! + 3! \cdot 2! \right) = 2 \cdot (60 - 24 - 24 + 12) = 48$$

故共有 $12 + 48 = 60$ 種。

二、多選題

8. 設 m, n 為小於或等於 4 的相異正整數且 a, b 為非零實數。已知函數 $f(x) = ax^m$ 與函數 $g(x) = bx^n$ 的圖形恰有 3 個相異交點，請選出可能的選項。
- (1) m, n 皆為偶數且 a, b 同號
 - (2) m, n 皆為偶數且 a, b 異號
 - (3) m, n 皆為奇數且 a, b 同號
 - (4) m, n 皆為偶數且 a, b 異號
 - (5) m, n 為一奇一偶

答：(1)(3)

解

設 $m > n$ ， $f(x) = ax^m$ 與 $g(x) = bx^n$ 有 3 個相異交點

$\Rightarrow ax^m - bx^n = x^n(ax^{m-n} - b) = 0$ 圖形與 x 軸有三個相異交點

其中 x^n 的部分為 $x = 0$ 的重根，在圖形上為一個交點

故 $ax^{m-n} - b$ 的部分應有兩相異實根 $\Rightarrow m - n = 2$ 且 a, b 同號，故應選 (1)(3)。

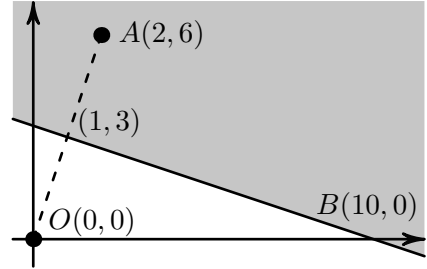
9. 設 Γ 為坐標平面上的圓，點 $(0, 0)$ 在 Γ 的外部且點 $(2, 6)$ 在 Γ 的內部。請選出正確的選項。
- (1) Γ 的圓心不可能在第二象限
 - (2) Γ 的圓心可能在第三象限且此時 Γ 的半徑必定大於 10
 - (3) Γ 的圓心可能在第一象限且此時 Γ 的半徑必定小於 10
 - (4) Γ 的圓心可能在 x 軸上且此時圓心的 x 坐標必定小於 10
 - (5) Γ 的圓心可能在第四象限且此時 Γ 的半徑必定大於 10

答：5

解

設圓心 C 及 $O(0,0)$, $A(2,6)$, 由題意知 $d(C,O) > d(C,A)$ 。作 \overline{OA} 中垂線 $x+3y=10$, 其中 $B(10,0)$ 為中垂線與 x 軸交點, 則 C 在靠近 A 的區域, 如圖。

- (1) \times 由圖知有可能
- (2) \times 不可能在第三象限
- (3) \times C 可能在很遠的地方, 例如 $C(100,100)$
- (4) \times 反例如 $C(100,0)$
- (5) \circ 若 C 在第四象限則 $d(C,A) > d(B,A) = 10$



10. 坐標空間中有三直線 $L_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$, $L_2: \begin{cases} x-2y+2z = -4 \\ x+y-4z = 5 \end{cases}$, $L_3: \begin{cases} x = -t \\ y = -2-t \\ z = 4+4t \end{cases}$,

t 為實數。請選出正確的選項。

- (1) L_1 與 L_2 的方向向量互相垂直
- (2) L_1 與 L_3 的方向向量互相垂直
- (3) 有一個平面同時包含 L_1 與 L_2
- (4) 有一個平面同時包含 L_1 與 L_3
- (5) 有一個平面同時包含 L_2 與 L_3

答：(2)(3)(4)

解

$$L_1: \begin{cases} x = 1 + 2s \\ y = -1 + 2s \\ z = s \end{cases}, L_2: \begin{cases} x = 2 + 2k \\ y = 3 + 2k \\ z = k \end{cases}$$

(1) \times $\vec{L}_2 = (1, -2, 2) \times (1, 1, -4) = (6, 6, 3) // (2, 2, 1)$

(2) \circ $(2, 2, 1) \cdot (-1, -1, 4) = 0$

(3) \circ 取 L_1 上一點 $(1, -1, 0)$ 代入 L_2 不合 $\Rightarrow L_1 // L_2 \Rightarrow$ 有一平面包含 L_1, L_2

(4) \circ $\begin{cases} 2s + 1 = -t \\ 2s - 1 = -2 - t \\ s = 4 + 4t \end{cases}$ 有解, 故 L_1 與 L_3 相交, 有一平面包含 L_1, L_3 。

(5) \times $\begin{cases} 2k + 2 = -t \\ 2k + 3 = -2 - t \\ k = 4 + 4t \end{cases}$ 無解, 故 L_2 與 L_3 不相交也不平行, 不存在平面包含 L_2, L_3 。

11. 最近數學家發現一種新的可以無縫密鋪平面的凸五邊形 $ABCDE$ ，其示意圖如下。關於這五邊形，請選出正確的選項。

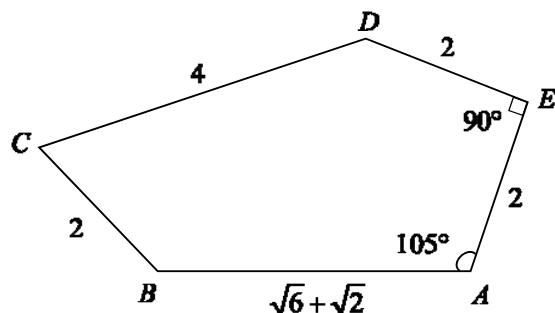
(1) $\overline{AD} = 2\sqrt{2}$

(2) $\angle DAB = 45^\circ$

(3) $\overline{BD} = 2\sqrt{6}$

(4) $\angle ABD = 45^\circ$

(5) $\triangle BCD$ 的面積為 $2\sqrt{2}$



答：(1)(4)

解

(1) \circ $\triangle AED$ 為等腰直角三角形。

(2) \times $\angle DAB = \angle EAB - \angle EAD = 105^\circ - 45^\circ = 60^\circ$

(3) \times 由餘弦定理， $\overline{BD}^2 = (2\sqrt{2})^2 + (\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 - 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot (\sqrt{6} + \sqrt{2}) \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow \overline{BD} = 2\sqrt{3}$

(4) \circ 由正弦定理， $\frac{2\sqrt{2}}{\sin \angle ABD} = \frac{2\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} \Rightarrow \angle ABD = 45^\circ$ 。

(5) \times 由 $\triangle BCD$ 的三邊長可知其為直角三角形，故面積為 $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ 。

12. 某班級 50 位學生，段考國文、英文、數學及格的人數分別為 45、39、34 人，且英文及格的學生國文也都及格。現假設數學和英文皆及格的有 x 人，數學及格但英文不及格的有 y 人。請選出正確的選項。

(1) $x + y = 39$

(2) $y \leq 11$

(3) 三科中至少有一科不及格的學生有 $39 - x + y$ 人

(4) 三科中至少有一科不及格的學生最少有 11 人

(5) 三科中至少有一科不及格的學生最少有 27 人

答：(2)(5)

解

(1) \times $x + y =$ 數學及格人數 $= 34$

(2) \circ 數學及格但英文不及格人數 \leq 英文不及格人數 $= 50 - 39 = 11$

(3) \times $39 - x + y$ 為英數至少一科不及格人數 \neq 三科至少一科不及格人數

(4) \times $x \leq 34 \Rightarrow$ 三科至少一科不及格人數 $\geq 50 - 34 = 16$

(5) \circ $x \geq 39 + 34 - 50 = 23 \Rightarrow$ 三科至少一科不及格人數 $\leq 50 - 23 = 27$

13. 空間中有一四面體 $ABCD$ 。假設 \overrightarrow{AD} 分別與 \overrightarrow{AB} 和 \overrightarrow{AC} 垂直，請選出正確的選項。

- (1) $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DA}^2 - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$
 (2) 若 $\angle BAC$ 是直角，則 $\angle BDC$ 是直角
 (3) 若 $\angle BAC$ 是銳角，則 $\angle BDC$ 是銳角
 (4) 若 $\angle BAC$ 是鈍角，則 $\angle BDC$ 是鈍角
 (5) 若 $\overrightarrow{AB} < \overrightarrow{DA}$ 且 $\overrightarrow{AC} < \overrightarrow{DA}$ ，則 $\angle BDC$ 是銳角

答：(3)(5)

解

- (1) $\times \quad \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} = (\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB}) \cdot (\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC}) = |\overrightarrow{DA}|^2 + 0 + 0 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$
 (2) $\times \quad \angle BAC \text{ 直角} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} = |\overrightarrow{DA}|^2 > 0 \Rightarrow \angle BDC \text{ 是銳角}$
 (3) $\circ \quad \angle BAC \text{ 銳角} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} > 0 \Rightarrow \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} = |\overrightarrow{DA}|^2 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} > 0 \Rightarrow \angle BDC \text{ 是銳角}$
 (4) $\times \quad \angle BAC \text{ 鈍角} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} < 0 \Rightarrow \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} = |\overrightarrow{DA}|^2 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ 無法判定正負
 (5) $\circ \quad \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} = |\overrightarrow{DA}|^2 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} > |\overrightarrow{DA}|^2 - |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}| > 0 \Rightarrow \angle BDC \text{ 是銳角}$

第貳部分：選填題

A. 遞迴數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_n = a_{n-1} + f(n-2)$ ，其中 $n \geq 2$ 且 $f(x)$ 二次多項式。若 $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 5, a_4 = 12$ ，則 $a_5 = \underline{14} \underline{15}$ 。

答：25

解 1

$$\text{設 } f(x) = ax^2 + bx + c, \text{ 則 } \begin{cases} a_2 = a_1 + f(0) \\ a_3 = a_2 + f(1) \\ a_4 = a_3 + f(2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 = 1 + c \\ 5 = 2 + a + b + c \\ 12 = 5 + 4a + 2b + c \end{cases} \Rightarrow (a, b, c) = (1, 1, 1)$$

$$\Rightarrow a_5 = a_4 + f(3) = 12 + 9a + 3b + c = 25$$

解 2

$$\begin{cases} a_2 = a_1 + f(0) \\ a_3 = a_2 + f(1) \\ a_4 = a_3 + f(2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(0) = 1 \\ f(1) = 3 \\ f(2) = 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(3) = 1 \cdot \frac{(3-1)(3-2)}{(0-1)(0-2)} + 3 \cdot \frac{(3-0)(3-2)}{(1-0)(1-2)} + 7 \cdot \frac{(3-0)(3-1)}{(2-0)(2-1)} = 13 \Rightarrow a_5 = a_4 + f(3) = 25$$

B. 在坐標平面上， $\triangle ABC$ 內有一點 P 滿足 $\overrightarrow{AP} = \left(\frac{4}{3}, \frac{5}{6}\right)$ 及 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$ 。若 A, P 連線交 \overline{BC} 於 M ，則 $\overrightarrow{AM} = \left(\frac{\textcircled{16}\textcircled{17}}{\textcircled{18}\textcircled{19}}, \frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{\textcircled{22}\textcircled{23}} \right)$ 。（化成最簡分數）

答： $\left(\frac{40}{21}, \frac{25}{21}\right)$

解

$$\overrightarrow{AP} = \frac{5}{10}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{10}\overrightarrow{AC} = \frac{7}{10}\left(\frac{5}{7}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{7}\overrightarrow{AC}\right) = \frac{7}{10}\overrightarrow{AM} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{10}{7}\left(\frac{4}{3}, \frac{5}{6}\right) = \left(\frac{40}{21}, \frac{25}{21}\right)$$

C. 若 a 為正整數且方程式 $5x^3 + (a+4)x^2 + ax + 1 = 0$ 的根都是有理根，則 $a = \underline{\textcircled{24}}$ 。

答：7

解

a 為正整數 \Rightarrow 各係數皆正 \Rightarrow 此方程無非負根

由牛頓有理根檢驗法，可能的有理根為 $-1, -\frac{1}{5}$

由根與係數定理，三根積為 $-\frac{1}{5} \Rightarrow$ 三根為 $-1, -1, -\frac{1}{5}$

\Rightarrow 三根和 $-\frac{11}{5} = -\frac{a+4}{5} \Rightarrow a = 7$

D. 設 a_1, a_2, \dots, a_9 為等差數列且 k 為實數。若方程組 $\begin{cases} a_1x - a_2y + 2a_3z = k + 1 \\ a_4x - a_5y + 2a_6z = -k - 5 \\ a_7x - a_8y + 2a_9z = k + 9 \end{cases}$ 有解，

則 $k = \underline{\textcircled{25}\textcircled{26}}$ 。

答：-5

解 1

設公差為 d

$$\left[\begin{array}{ccc|c} a_1 & -a_2 & 2a_3 & k+1 \\ a_4 & -a_5 & 2a_6 & -k-5 \\ a_7 & -a_8 & 2a_9 & k+9 \end{array} \right] \xrightarrow[\begin{smallmatrix} R_2-R_1 \\ R_3-R_1 \end{smallmatrix}]{R_2-R_1} \left[\begin{array}{ccc|c} a_1 & -a_2 & 2a_3 & k+1 \\ 3d & -3d & 6d & -2k-6 \\ 6d & -6d & 12d & 8 \end{array} \right] \xrightarrow{R_3-2R_2} \left[\begin{array}{ccc|c} a_1 & -a_2 & 2a_3 & k+1 \\ 3d & -3d & 6d & -2k-6 \\ 0 & 0 & 0 & 4k+20 \end{array} \right]$$

方程組有解 $\Rightarrow 4k+20=0 \Rightarrow k=-5$

解 2

注意等差中項 $a_1 + a_7 = 2a_4, a_2 + a_8 = 2a_5, a_3 + a_9 = 2a_6$

$R_1 + R_3 : (a_1 + a_7)x - (a_2 + a_8)y + 2(a_3 + a_9)z = 2k + 10$

$2R_2 : 2a_4x - 2a_5y + 4a_6z = -2k - 10$

由於 $R_1 + R_3$ 的左式與 $2R_2$ 的左式相同，又方程組有解，故 $R_1 + R_3$ 的右式與 $2R_2$ 的右式必相同

$\Rightarrow 2k + 10 = -2k - 10 \Rightarrow k = -5$

E. 設 a, b, x 皆為正整數且滿足 $a \leq x \leq b$ 及 $b - a = 3$ 。若用內插法從 $\log a, \log b$ 求得 $\log x$ 的近似值為

$$\log x \approx \frac{1}{3} \log a + \frac{2}{3} \log b = \frac{1}{3}(1 + 2 \log 3 - \log 2) + \frac{2}{3}(4 \log 2 + \log 3)$$

則 x 的值為 (27) (28)。

答：47

解

因 $\log x \approx \frac{1}{3} \log a + \frac{2}{3} \log b$ ，由內插法的精神知 $x - a : b - a = 2 : 3 \Rightarrow x = a + 2$

$$\frac{1}{3} \log a + \frac{2}{3} \log b = \frac{1}{3}(1 + 2 \log 3 - \log 2) + \frac{2}{3}(4 \log 2 + \log 3) = \frac{1}{3} \log 45 + \frac{2}{3} \log 48$$

$$\Rightarrow a = 45, b = 48 \Rightarrow x = 47$$

F. 一直青蛙位於坐標平面的原點，每步隨機朝上、下、左、右跳一單位長，總共跳了四步。青

蛙跳了四步後恰回到原點的機率為 $\frac{(29)}{(30)(31)}$ 。(化成最簡分數)

答： $\frac{9}{64}$

解

欲四步回到原點，必為上下左右各一次，或左右各兩次，或上下各兩次。

$$\text{故所求為 } \frac{4! + \frac{4!}{2! \cdot 2!} + \frac{4!}{2! \cdot 2!}}{4^4} = \frac{9}{64}$$

G. 地面上甲、乙兩人從同一地點同時開始移動。甲以每秒 4 公尺向東等速移動，乙以每秒 3 公尺向北等速移動。在移動不久之後，他們互望的視線被一圓柱體建築物阻擋了 6 秒後才又相見。此圓柱體建築物底圓的直徑為 (32) (33) (34) 公尺。

答：14.4

解

$$\text{直徑 } D = \frac{18 \times 24}{30} = \frac{72}{5} = 14.4$$

